

Πλατωνικά στερεά

Στην αρχαία Ελλάδα αναπτύχθηκε η ιδέα να διακρίνουμε τα πολύεδρα σε ομάδες, σύμφωνα με κάποιες ιδιαίτερες ιδιότητες που παρουσιάζουν. Την ομάδα των πολυέδρων που έχουν την ιδιότητα όλες οι έδρες τους να είναι ίσα κανονικά πολύγωνα και οι πολυεδρικές τους γωνίες να είναι ίσες τα ονομάζουμε κανονικά πολύεδρα. Ονομάζονται και *πλατωνικά*, γιατί ο Αθηναίος φιλόσοφος Πλάτων (4ος αι. π.Χ.), τα χρησιμοποιεί στο διάλογό του «Τίμαιος» ως μοντέλα των δομικών στοιχείων για τη δημιουργία του κόσμου.

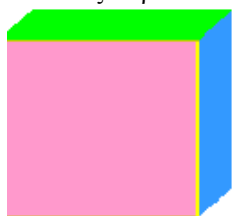
Τα πλατωνικά πολύεδρα είναι :

- A) το τετράεδρο που έχει ως έδρες του ισόπλευρο τρίγωνο
- B) το εξάεδρο (κύβος) που έχει ως έδρες του τετράγωνο
- Γ) το οκτάεδρο που έχει ως έδρες του ισόπλευρο τρίγωνο
- Δ) το δωδεκάεδρο που έχει ως έδρες του κανονικό πεντάγωνο
- E) το εικοσάεδρο που έχει ως έδρες του ισόπλευρο τρίγωνο

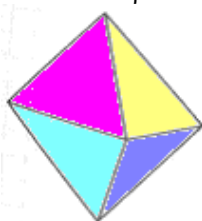
τετράεδρο



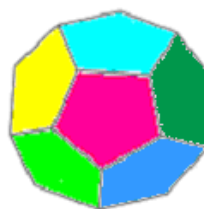
εξάεδρο



οκτάεδρο



δωδεκάεδρο



εικοσάεδρο



Κατά τον Πλάτωνα, το *τετράεδρο* συμβολίζει τη φωτιά, γιατί θεωρείται ότι είναι το πιο «ευκίνητο», το πιο κοφτερό, το πιο οξύ και ελαφρύ. Το *εξάεδρο* συμβολίζει τη γη, γιατί στέκεται σταθερά στη βάση του. Το *οκτάεδρο* συμβολίζει τον αέρα, γιατί περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από νοητό άξονα που διέρχεται από 2 απέναντι κορυφές του. Το *δωδεκάεδρο* συμβολίζει το σύμπαν και αντιστοιχεί με το δωδεκάθεο και το ζωδιακό κύκλο. Το *εικοσάεδρο* συμβολίζει το νερό, γιατί έχει το μεγαλύτερο όγκο.



Τετράεδρο

Κύβος

Οκτάεδρο

Εικοσάεδρο

Δωδεκάεδρο

Στον παρακάτω πίνακα αναφέρονται οι αριθμοί των εδρών, ακμών και κορυφών κάθε πλατωνικού πολυέδρου:

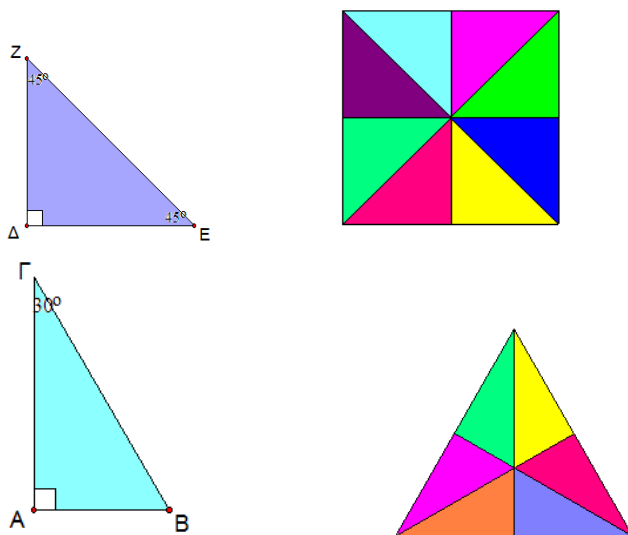
Πλατωνικό πολυέδρο	Αριθμός εδρών	Αριθμός κορυφών	Αριθμός ακμών
τετράεδρο	4	4	6
εξάεδρο	6	8	12
οκτάεδρο	8	6	12
δωδεκάεδρο	12	20	30
εικοσάεδρο	20	12	30

Παρατηρούμε ότι στο εξάεδρο και το οκτάεδρο το άθροισμα του αριθμού των εδρών και του αριθμού των κορυφών του είναι ο αριθμός 14 και ότι έχουν τον ίδιο αριθμό ακμών. Στο δωδεκάεδρο και στο εικοσάεδρο το άθροισμα του αριθμού των εδρών και του αριθμού των κορυφών του είναι ο αριθμός 32 και ότι έχουν τον ίδιο αριθμό ακμών.

Κατά την αφήγηση του ο Τίμαιος αναφέρει ότι ως βασική μονάδα δημιουργίας θεωρεί δύο τρίγωνα: το ορθογώνιο τρίγωνο με οξεία γωνία ίση με 30° και το ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο. Τα δύο ορθογώνια τρίγωνα, αποτελούν τα πρωταρχικά και θεμελιώδη στοιχεία από τα οποία συντίθενται τα τέσσερα θεμελιώδη στοιχεία της φύσης, δηλ. το τετράεδρο-φωτιά, το εξάεδρο (κύβος)-γη, το οκτάεδρο-αέρας και το εικοσάεδρο-νερό. Η επιλογή των δύο αυτών τριγώνων δεν έγινε τυχαία από τον Πλάτωνα. Για την κοσμογονία του στηρίχτηκε, ύστερα από μια έντονη αφομοίωση, στην πυθαγόρεια αντίληψη ότι οι αριθμοί είναι το ουσιαστικότερο στοιχείο του κόσμου και ο Τίμαιος συνδυάζει τη γεωμετρία των Πυθαγορείων με τη βιολογία του Εμπεδοκλή (493-433 π. Χ.).

Τα τρίγωνα αυτά θεωρήθηκαν ως οι δομικοί λίθοι όλου του κόσμου, γιατί η ομορφιά τους ανάγεται στην απλότητα με την οποία συνδέονται οι γωνίες τους.

$$\hat{E} = \hat{Z} \text{ και } \hat{B} = 2\hat{\Gamma}$$



Αν σε τετράγωνο σχεδιάσουμε τους άξονες συμμετρίας του, χωρίζεται σε 8 ίσα ορθογώνια τρίγωνα με οξεία γωνία ίση με 45° .

Αν σε ισόπλευρο τρίγωνο σχεδιάσουμε τα 3 του ύψη, χωρίζεται σε 6 ίσα ορθογώνια τρίγωνα με οξεία γωνία ίση με 30° .

Μετασχηματισμοί κατά τον Τίμαιο

Ο Τίμαιος περιγράφει μετασχηματισμούς του νερού σε αέρα, του νερού σε αέρα και φωτιά, της φωτιάς σε αέρα, της φωτιάς σε νερό με τις παρακάτω εξισώσεις:

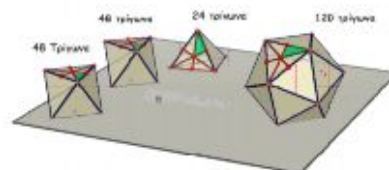
Α) Το νερό εξατμίζεται (υπό ορισμένες συνθήκες) σε υδρατμούς

1νερό \rightarrow 2,5αέρας

1εικοσάεδρο \rightarrow 2,5οκτάεδρα

$$1 \cdot 20 \cdot 6 = 2,5 \cdot 8 \cdot 6$$

$$120 = 120$$



Β) Το νερό μπορεί να διαλυθεί και να δώσει αέρα και φωτιά.

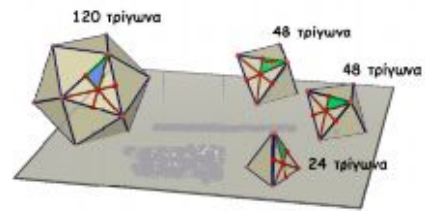
1νερό → 2αέρας + 1φωτιά

1εικοσάεδρο → 2οκτάεδρα + 1τετράεδρο

$$1 \cdot 20 \cdot 6 = 2 \cdot 8 \cdot 6 + 1 \cdot 4 \cdot 6$$

$$120 = 96 + 24$$

$$120 = 120$$



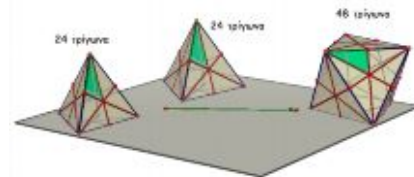
Γ) Η φωτιά μετασχηματίζεται σε αέρα

2φωτιές → 1αέρας

2τετράεδρα → 1οκτάεδρο

$$2 \cdot 4 \cdot 6 = 1 \cdot 8 \cdot 6$$

$$48 = 48$$



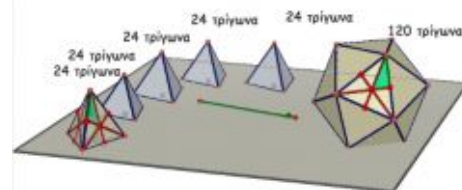
Δ) Η φωτιά μετασχηματίζεται σε νερό.

5φωτιές → 1νερό

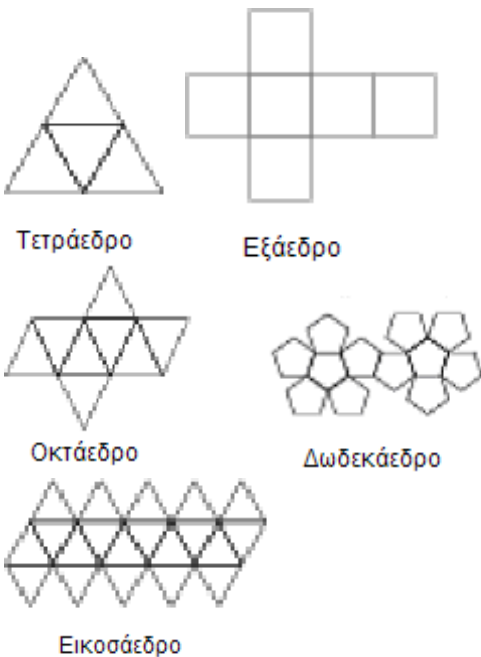
5τετράεδρα → 1εικοσάεδρο

$$5 \cdot 4 \cdot 6 = 1 \cdot 20 \cdot 6$$

$$120 = 120$$



Τα παρακάτω σχήματα είναι τα αναπτύγματα των πλατωνικών στερεών



Γιάννης Κοντόπουλος, Πόπη Κουρσάρη,
Γιώργος Λιγνός, Γιώργος Παπανικολάου,
Νίκος Ραμαντάνης, Κατερίνα Τόλια



Από έργο του Ραφαήλ «Η Σχολή των Αθηνών»